

LA PROPORCIÓN ÁUREA

Ejemplos notables en Arquitectura

ING. C. AGUSTÍN JESÚS TAPIA LARA

Docente de la Licenciatura en Arquitectura de la Facultad de Arquitectura y Diseño. UAEM. Sus ámbitos de estudio se relacionan con Ingeniería Civil, Estructuras y Peritaje de Tránsito Terrestre.
agustintapi@hotmail.com

Creo que de esta proporción se sirvió EL CREADOR como la idea por medio de que introdujo la generación continua de objetos semejantes a partir de objetos semejantes.

J. Kepler (1571 – 1630)

RESUMEN

“LA PROPORCIÓN ÁUREA” representada usualmente con la letra griega, y conocida también como “DIVINA PROPORCIONE”, “NÚMERO DE ORO”, “SECCIÓN ÁUREA”, “DIE STETIGE PROPORTION”, “PROPORCIÓN CONTINUA” ha influido en el pensamiento y sentimiento de mucha gente, incluidos grandes pensadores y artistas como Pitágoras, Platón, Kepler, Paccioli, Leonardo, Vitrubio, Descartes, Russell, Bernouilli, entre muchos, unos, científicos, y otros, artistas. ¿Pero qué tiene de especial para ser llamada así?, ¿Qué tiene que desde tiempos de Pitágoras hasta nuestros días continúa su influencia? Contestar estas preguntas representa una labor interesante y extenuante, que en una pequeña muestra, como este trabajo, no es posible resolver. Sin embargo, se anota al final del desarrollo una bibliografía suficiente para ampliar y profundizar en el tema, a su vez, esta bibliografía nos lleva a otra adicional, extendiendo así el conocimiento y el sentimiento estético por la proporción áurea.

ABSTRACT

The GOLDEN PROPORTION” also called “DIVINE PROPORCIONE”, “NUMBER OF GOLD”, “GOLDEN SECTION”, “DIE STETIGE PROPORTION”, “CONTINUOUS PROPORTION”. The golden proportion, it has usually represented with the greek letter fluenced in the thought and feeling of much people, including great thinkers and artists like Pitágoras, Plato, Kepler, Paccioli, Leonardo, Vitrubio, Descartes, Russell, Bernouilli, etc, scientific ones, and others, artists. But what has of special being thus called? That it to the present time has from times of Pitágoras continues its influence? To answer these questions is long and pleasant, but in a small sample as this work is not possible to make. Nevertheless, they write down at the end of the development a bibliography non extensive, but sufficient to extend and to deepen in the subject.

Palabras clave: Proporción, Número áureo, Arquitectura,
Caracol de Pascal, Sucesión Fibonacci

Este trabajo se presenta como una compilación que sólo pretende ilustrar, con mayor énfasis en las implicaciones matemáticas ejemplos típicos y propuestas personales de diseños arquitectónicos en los que explica la estructura del texto: desarrollando unas y proponiendo otras para su crítica y posible permanencia en el tiempo, con base en las propiedades matemáticas, geométricas y estéticas que la han hecho famosa en todo el orbe. Para ello, se explica la estructura del texto:

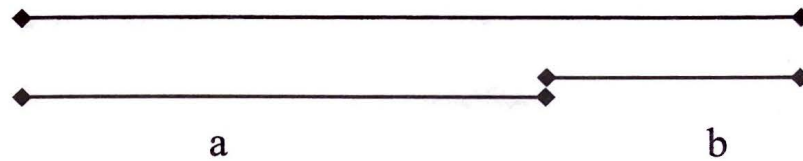
- Se ofrece la definición clásica, la media y extrema de proporción áurea, para enseguida mostrar sus propiedades aditivas extraordinarias.
- Enseguida se obtiene la relación con la sucesión de Fibonacci y se demuestran sus correlaciones.
- Se aborda el trazado geométrico en diversas formas, centrando la atención en el círculo de radio unidad y el pentágono, con la obtención de los lados de varios polígonos regulares inscritos.
- Se incluye también la relación numérica entre Φ y el número π . Se incluye el desarrollo de Φ en series a partir de su definición.
- Dado que la proporción áurea se encuentra en la naturaleza y en las obras humanas (literatura, artesanías como cestería, textil, alfarería y muchas más), se ha limitado el estudio a presentar ejemplos arquitectónicos.
- Se incluyen dos apéndices: en el primero se demuestran las relaciones numéricas entre Φ y π , con el auxilio del programa de computación Excel; en el segundo, se incluyen dibujos desarrollados con el programa de computación Autocad.

RELACIÓN ÁUREA

Proporción Áurea

Definición

Si se divide un segmento de recta en dos partes, que la relación de la totalidad sea a la parte mayor como ésta sea a la parte menor, se dice que se ha dividido en extrema y media razón, y por sus notables propiedades se le llama sección áurea.



Algebraicamente: $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$, desarrollando esta expresión, obtendremos el valor de dicha relación áurea.

Separando ambos sumandos del primer miembro : $\frac{a}{a} + \frac{b}{a} = \frac{a}{b}$

Realizando el cociente de $a / a = 1$:

$$1 + \frac{b}{a} = \frac{a}{b}$$

Haciendo $b / a = ra$.

$$1 + ra = \frac{1}{ra}$$

Resolviendo la ecuación para ra . $ra + ra^2 = 1$

$$ra^2 + ra - 1 = 0$$

$$ra = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(-1)}}{2} \quad ra = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

De donde se obtienen dos valores ra_1 : con el radical positivo.=
0.618033988

Con el radical negativo $ra_2 = -1,618033988$

Si se escoge como incógnita la relación a / b , y llamándola Φ , se tiene:

$$a / b = \Phi,$$

$$/ a = 1/\Phi$$

$$1 + \frac{1}{\Phi} = \Phi$$

$$\Phi + 1 = \Phi^2$$

$$\Phi^2 - \Phi - 1 = 0$$

$$\Phi = \frac{+1 \pm \sqrt{1^2 - 4(-1)}}{2}$$

$$\Phi = \frac{+1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

De donde se obtienen dos valores, Φ_1

con el radical positivo. = 1.618033988

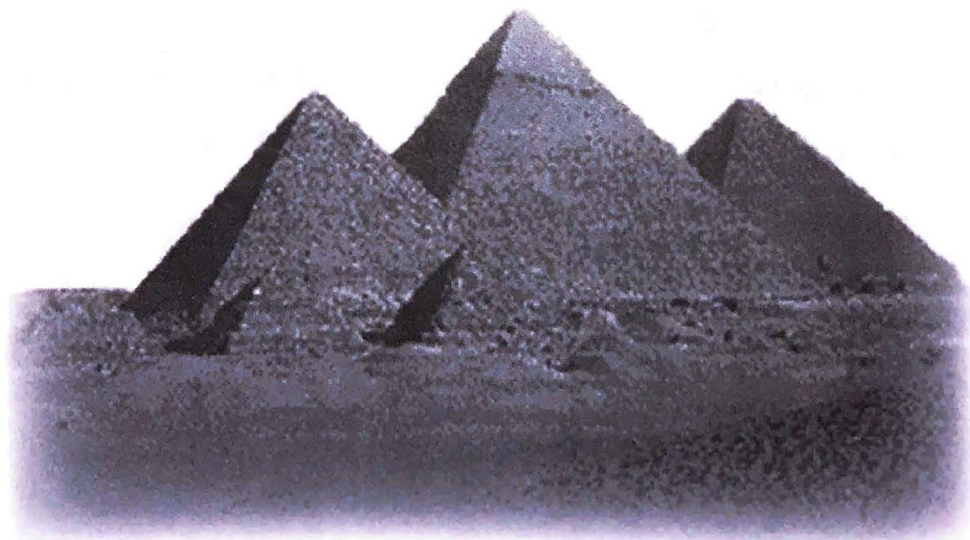
Con el radical negativo $\Phi_2 = -0.618033988$

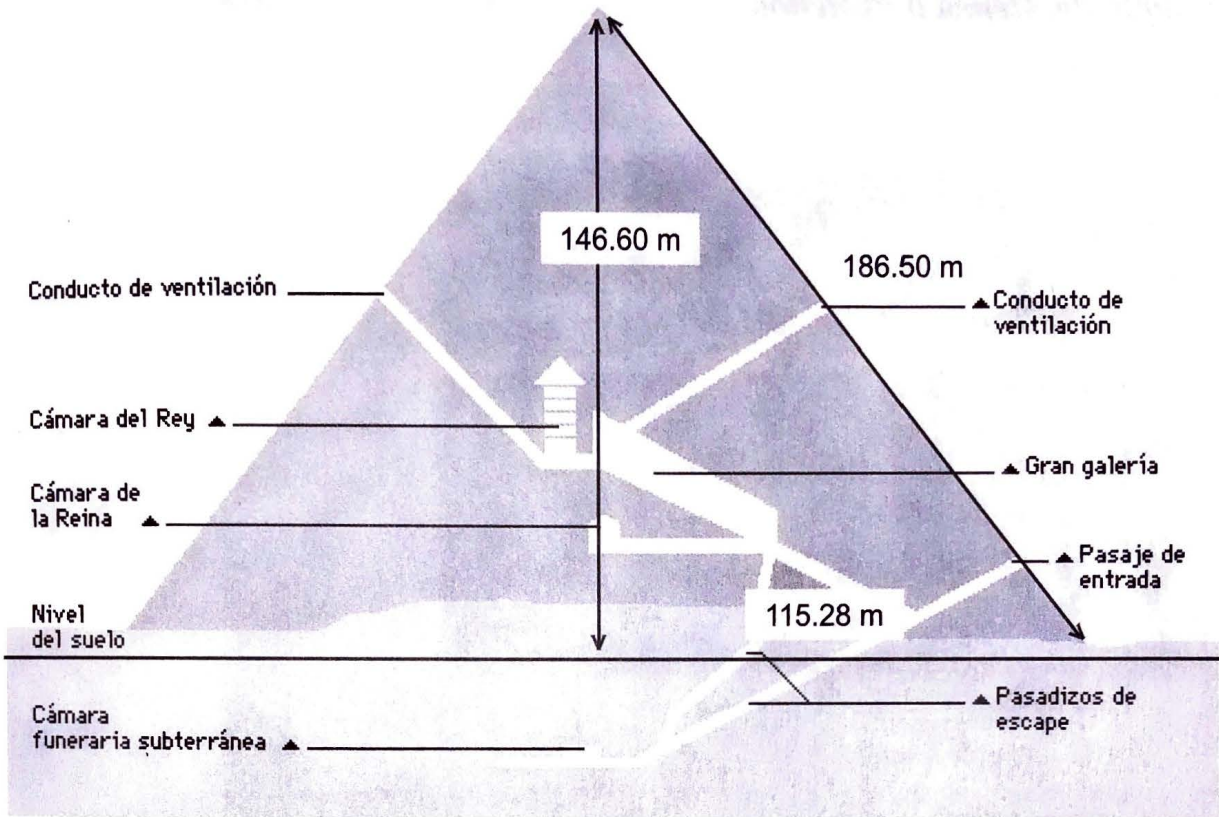
Esta proporción está relacionada con la proporción compuesta:

$$\frac{c-a}{c-b} = \frac{b}{a}$$

EJEMPLOS DE LA PRESENCIA DE Φ EN LA ARQUITECTURA Y EN OTRAS ARTES

Pirámide de Keops



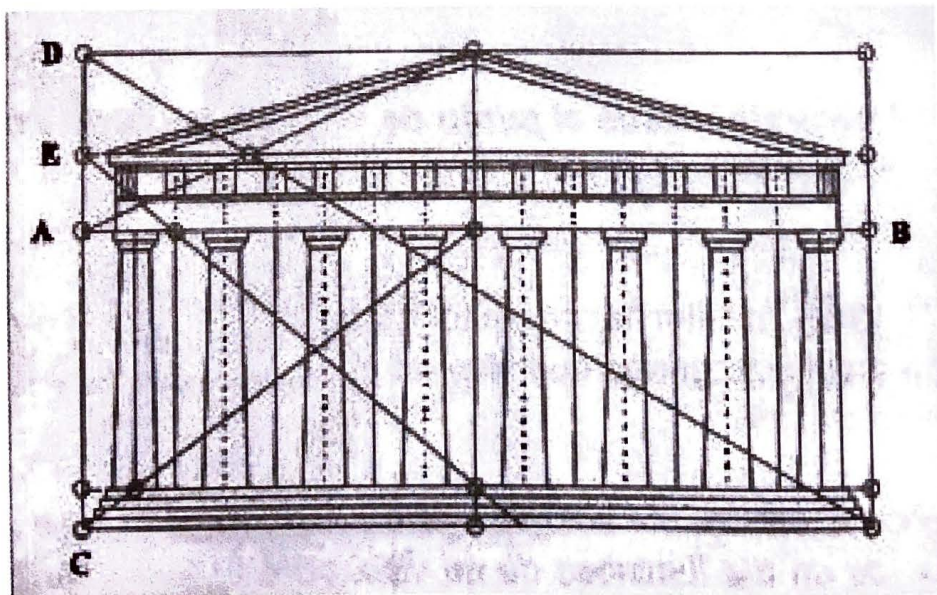


La sección transversal de la pirámide de Keops muestra la disposición interna del conjunto de pasajes y cámaras sepulcrales; por tanto, la relación se cumple, independientemente del sistema de unidades utilizado, como los codos reales egipcios, medida original de esta pirámide.

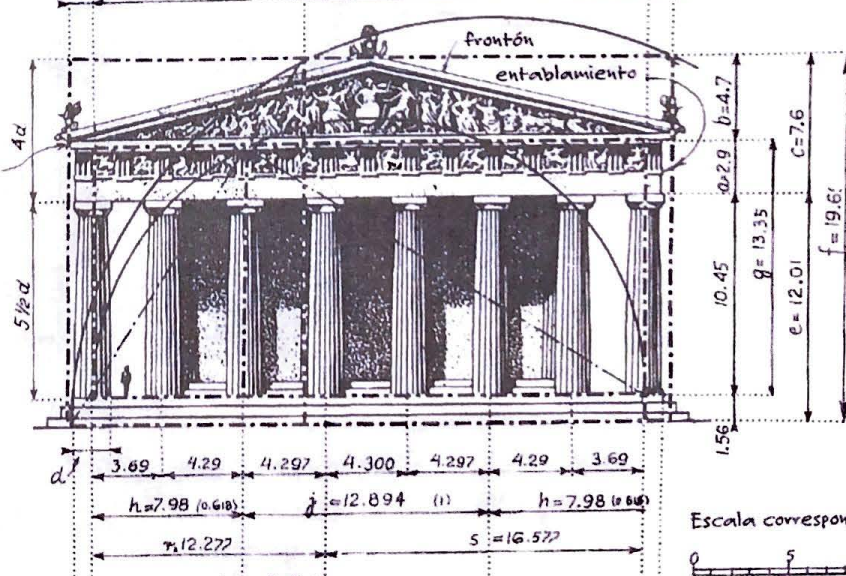
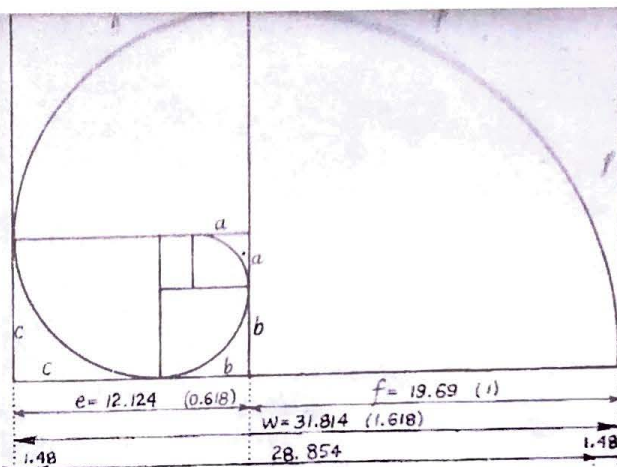
Por ejemplo: $\frac{186.50}{115.28} = 1.61780013....$

muy próximo a Φ , el cociente entre la altura de uno de los triángulos que forman la pirámide y el lado es $\Phi/2 = 86.50/230.56 = 0.808900069....$:
 $1.618033989... / 2 = 0.809016...$

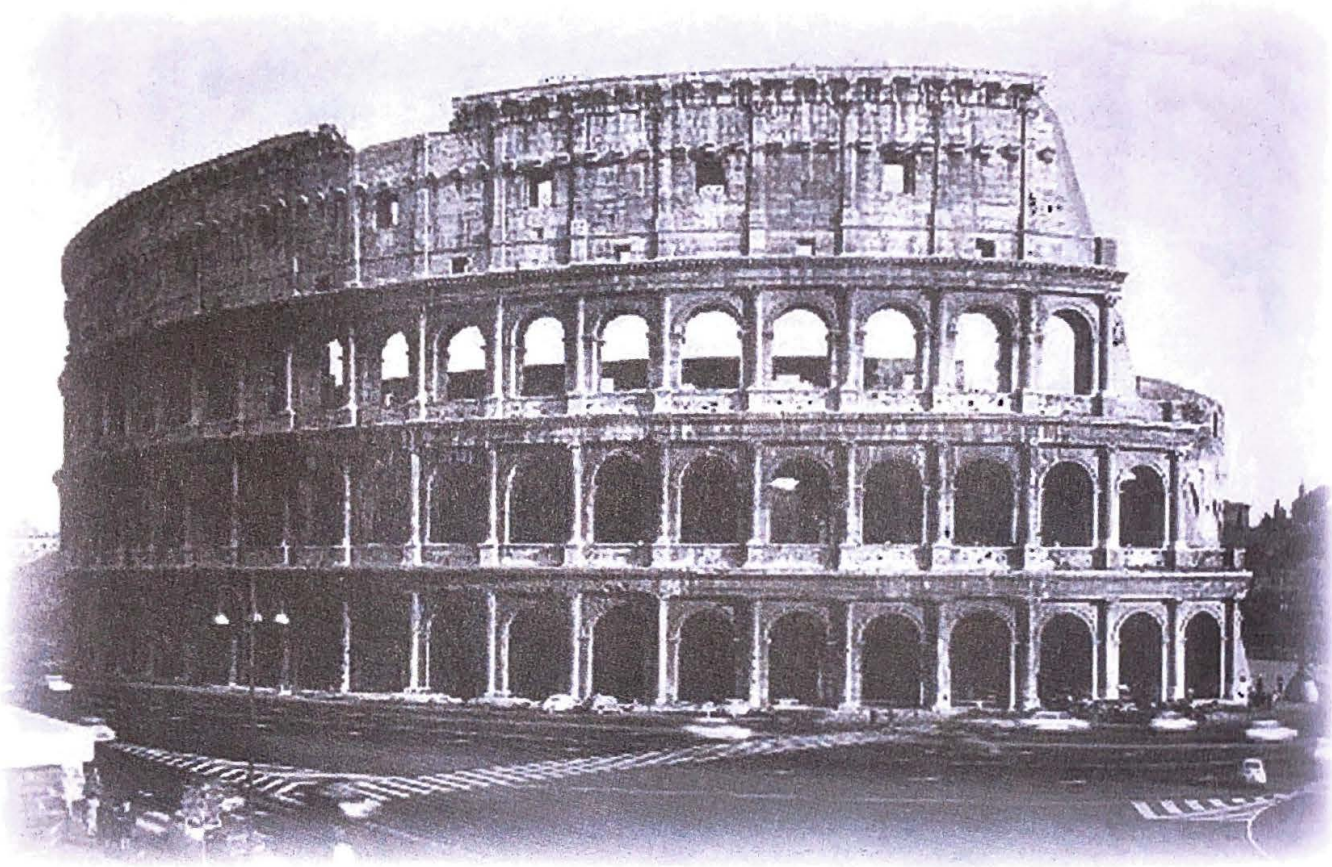
Templo de Atenea o Partenón



La subdivisión establece las relaciones de proporción entre el todo y las diversas partes, traduciéndolo al diagrama típico en forma de arcos con origen en puntos claves, y términos en otros puntos claves, que marcan las relaciones entre el todo y las partes (ver adelante el análisis áureo de éste y otros edificios clásicos).



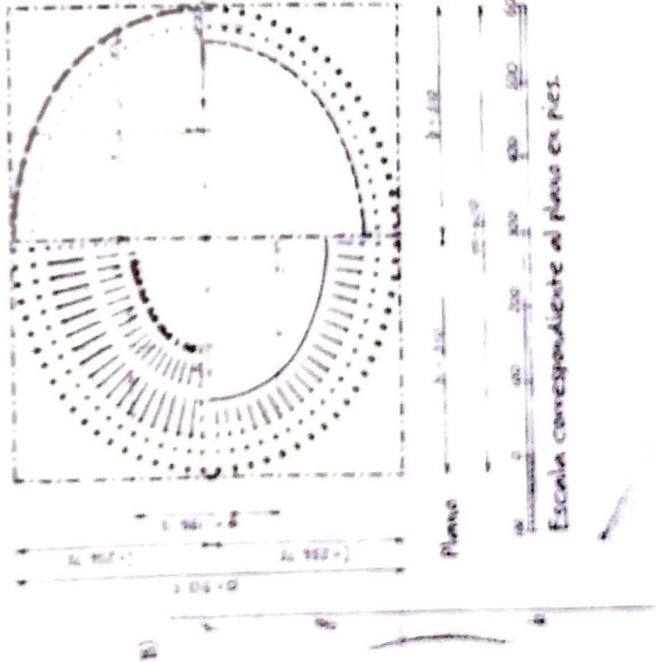
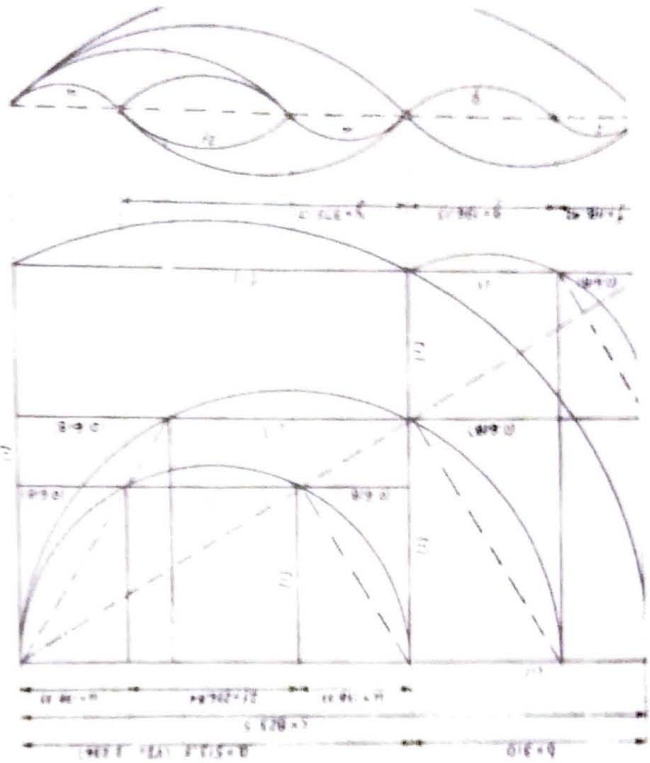
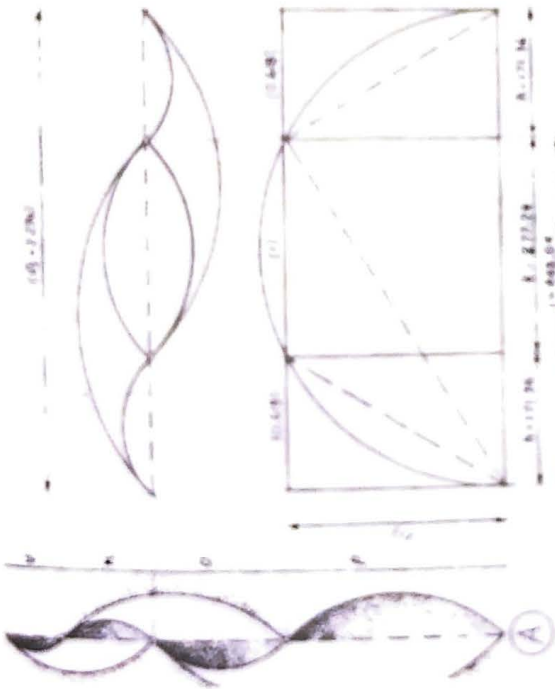
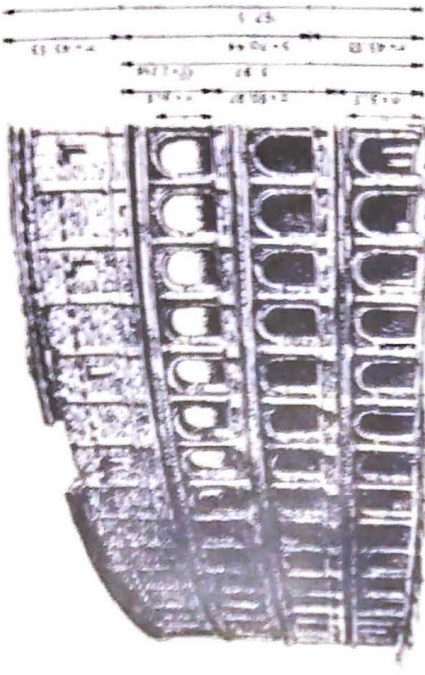
Coliseo Romano



El impresionante Coliseo de Roma (80 d.C.) fue, en su origen, un anfiteatro oval de cuatro niveles con gradas de mármol para 50.000 personas. Este anfiteatro Flavio se conoce como el Coliseo, por la proximidad de la colosal estatua de Nerón. Los gladiadores luchaban en la arena y también era éste el lugar en el que los cristianos eran arrojados a los leones.

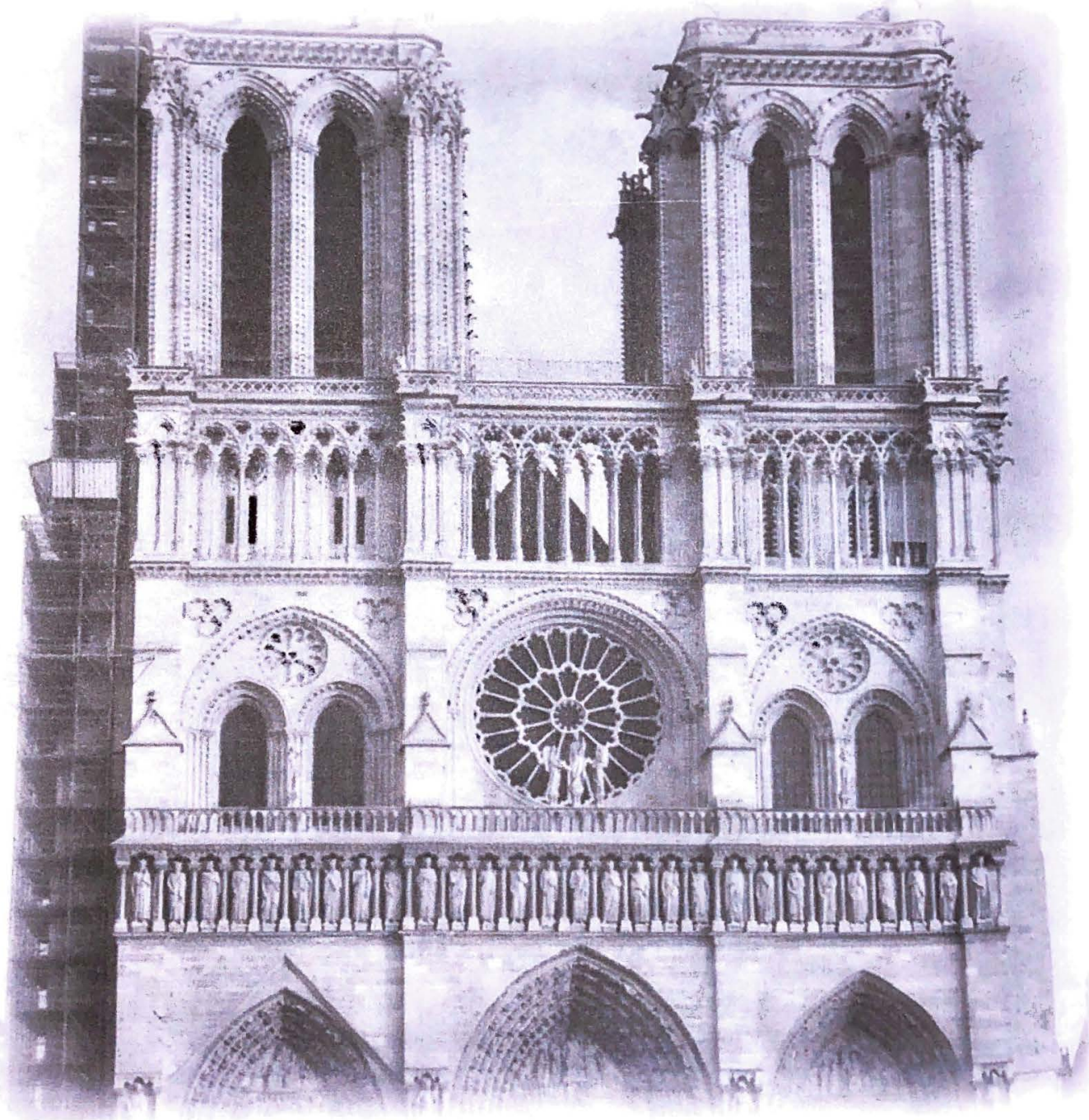
COLISEO ROMANO
Art Resource, NY/Scala
Fuente: Biblioteca de
Consulta Microsoft®
Encarta® 2004.

Vista exterior de la mitad noroeste



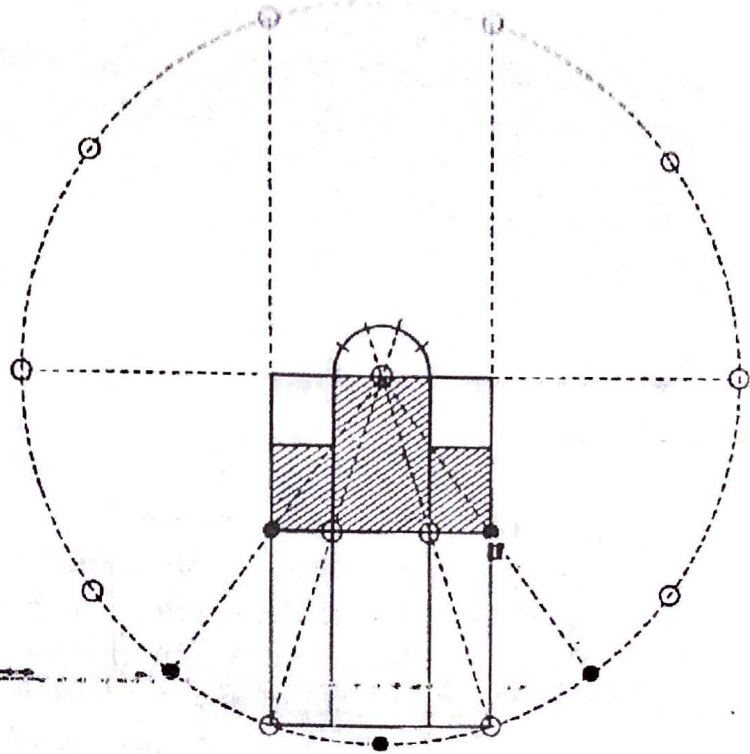
Escala correspondiente al plano en pies

Catedral de Notre Dame, París

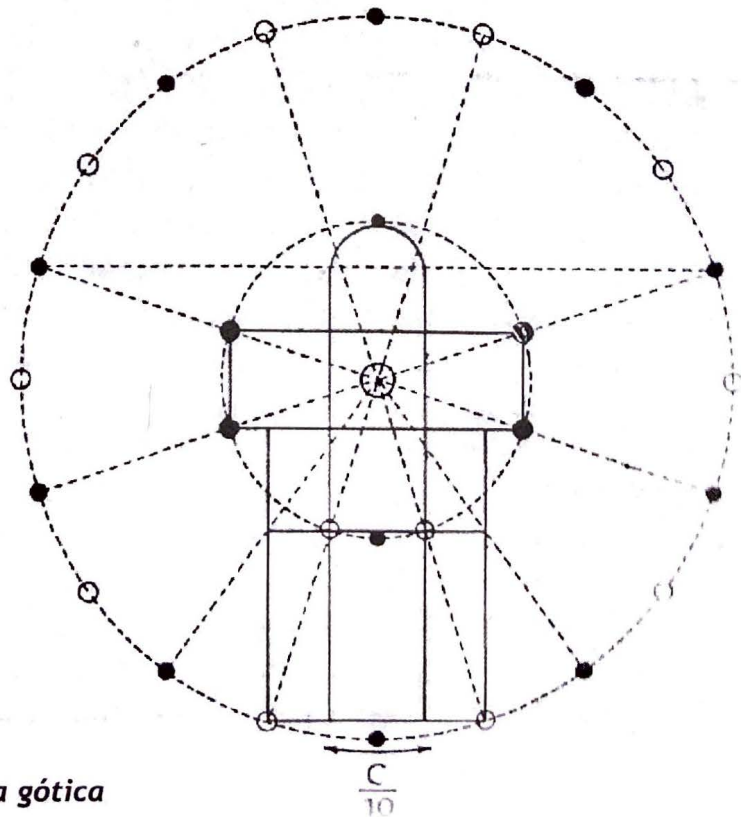


La catedral de Notre Dame, en París, por ejemplo, aparece como simétrica, ¡¡¡y sin embargo, no es!!! La torre de la izquierda es más ancha que la de la derecha (ocho reyes contra siete). Las relaciones y proporciones estéticas son cualitativas.

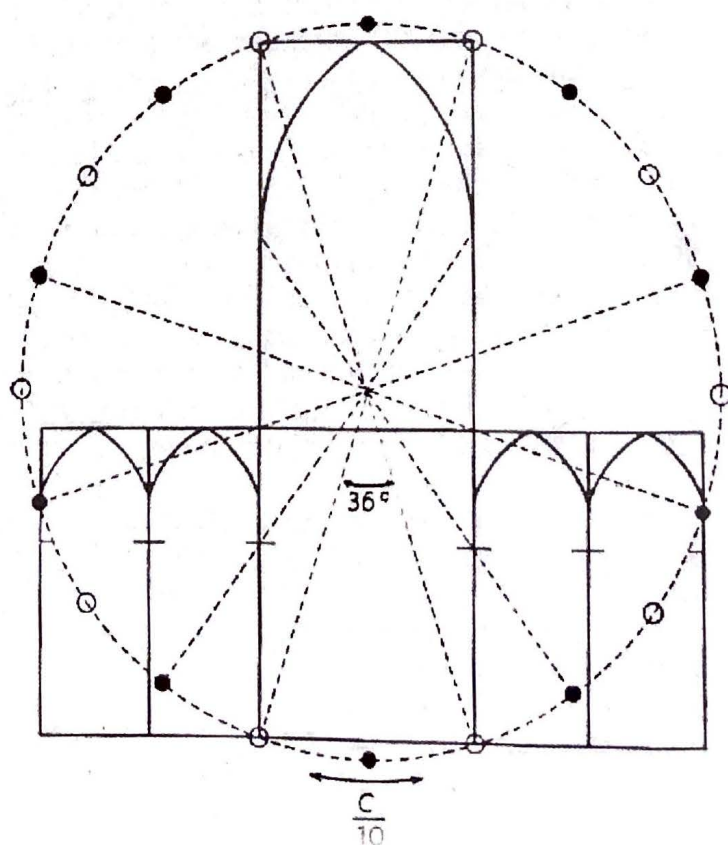
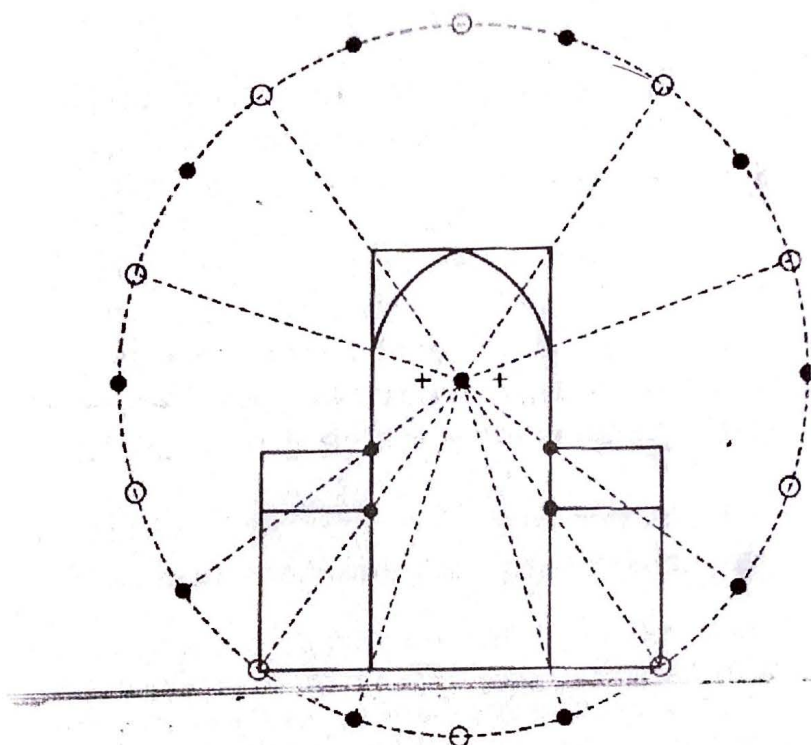
Fuente:
<http://www.arikah.net>



a) Basílica cristiana primitiva



b) Iglesia gótica



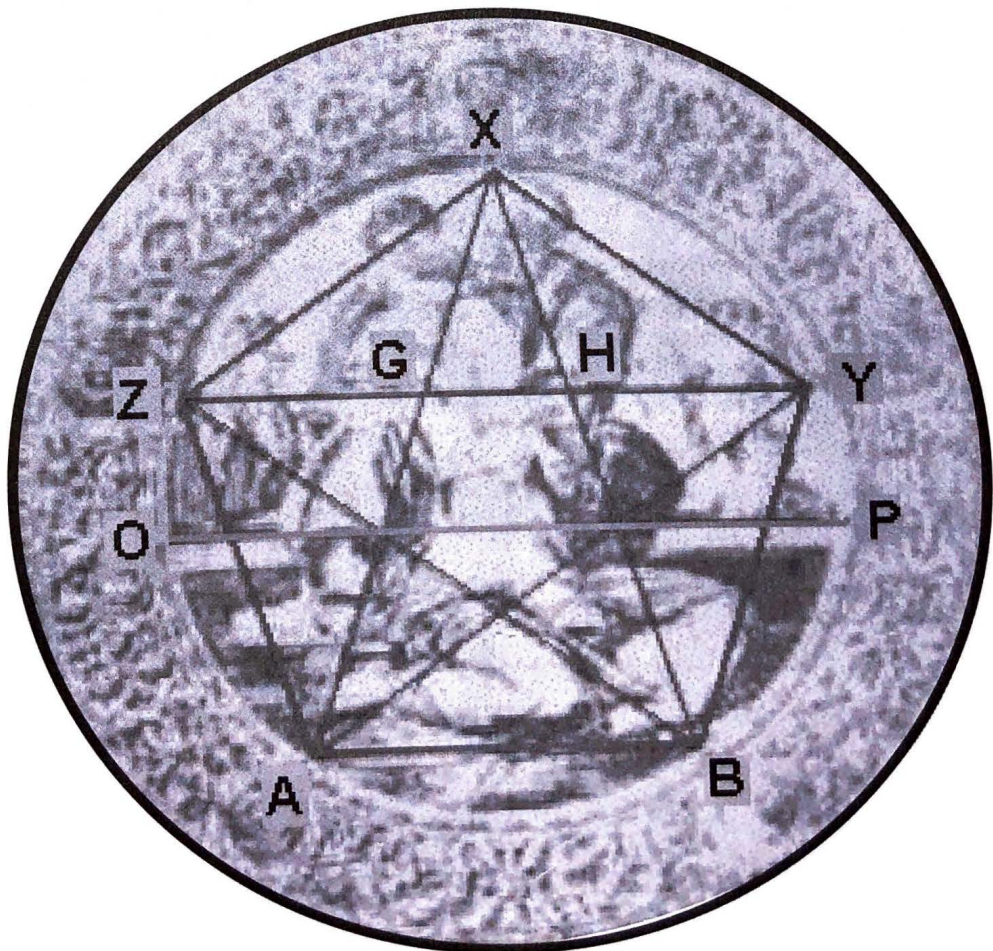
*Puesta en proporción
transversal de naves
góticas, según Moessel*

Sagrada Familia, de Miguel Ángel

En la Sagrada Familia de Miguel Ángel, cuando el pentágono ABYXZ se inscribe dentro de un círculo las diagonales forman una estrella pentagonal inscrita.

Las proporciones derivadas de ello son todas de sección áurea:

$$\frac{AX}{AG} = \frac{AG}{GX} = \frac{GX}{GH}, \text{ etc.}$$



Pirámide El Castillo, de Chichén Itzá

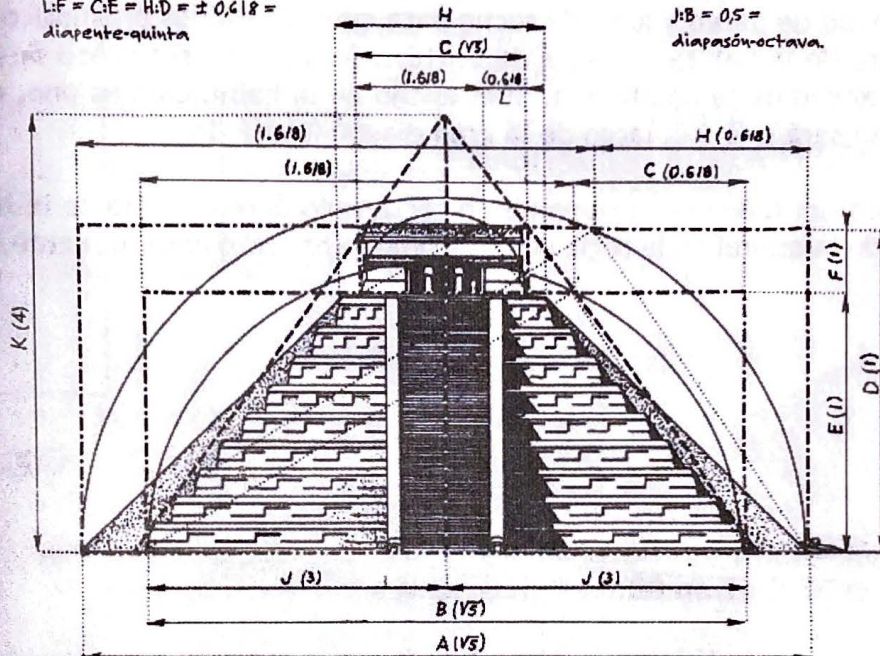


Fuente:
www.great-adventures.com

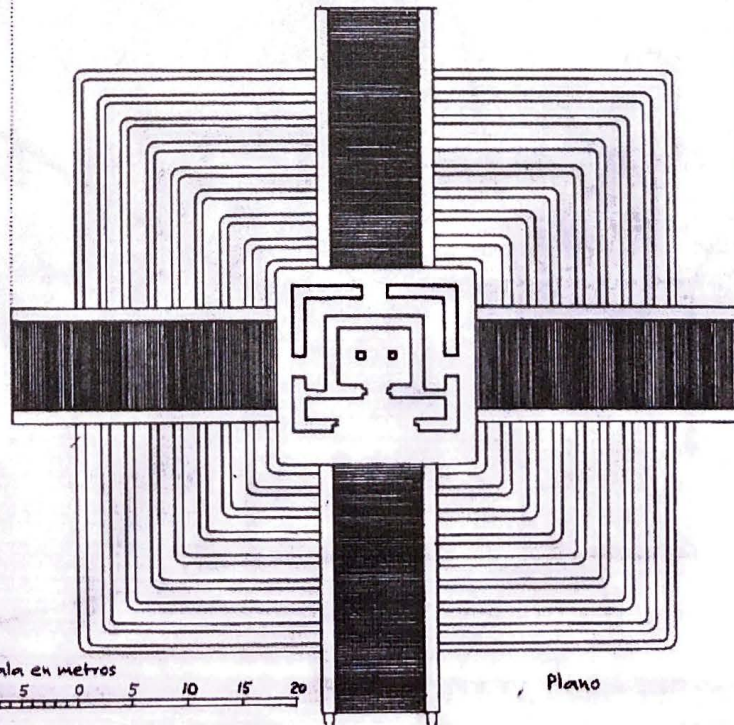
Aproximaciones a las armonías musicales fundamentales: $J:K = 3:4 = 0,75 = \text{diatésaron-cuarta}$

$L:F = C:E = H:D = \pm 0,618 = \text{diapente-quinta}$

$J:B = 0,5 = \text{diapason-octava}$



Elevación



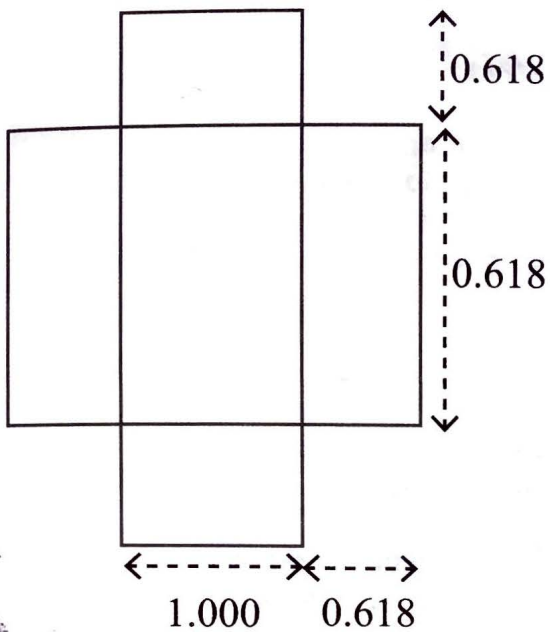
Plano

Chichén Itza:
Castillo, corte y plano

Habitación Áurea

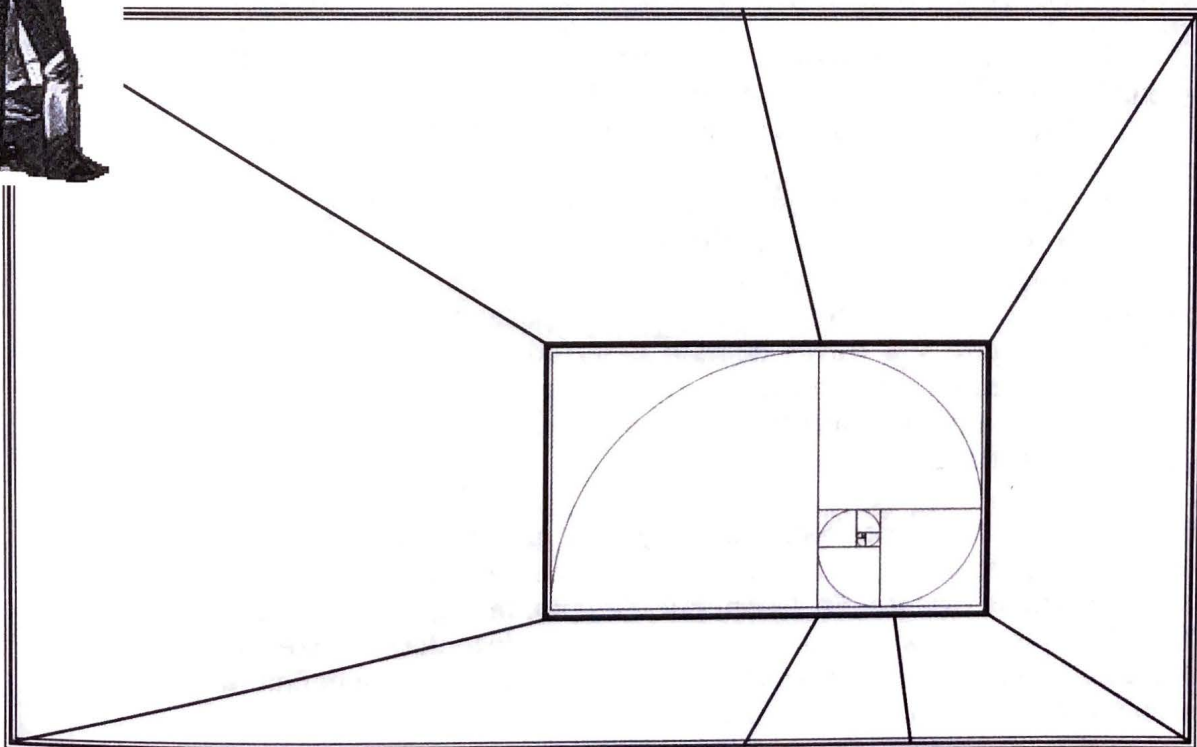
Consiste en un prisma rectangular con la planta en la proporción de la Regla de Oro. Cuando el área de las cuatro paredes se hace igual al doble del área del piso -la relación que proporciona el mayor volumen por unidad de pared y área de techo para cuerpos sólidos prismáticos- la altura de la habitación será de 0.618... (el número recíproco de φ) por el ancho de la habitación. Si el ancho de la habitación es uno, el volumen será uno y el largo de la gran diagonal será dos.

La pared del fondo es igualmente un rectángulo áureo. A ésta se le ha agregado la espiral de la regla de oro, como se ha visto anteriormente.



PLANTA
HABITACIÓN ÁUREA TEÓRICA

Dimensiones prácticas propuestas
A=3.70 m. L=6.00 m. H=2.30 m.



COMENTARIOS

La Diferencia entre Estética y Geometría

La **arquitectura** es un arte visual que trata de la apariencia visual; y el concepto básico de ésta es que “las cosas son lo que a nosotros nos parecen ser”. En contraste, la **ingeniería y la geometría** son, en gran parte, científicas y matemáticas, y al estar puramente basadas en hechos, no requieren interpretación estética.

La **arquitectura** es un tanto un arte que se desarrolla tanto en el tiempo como en el espacio, y la **ingeniería** es principalmente una ciencia del espacio. Euclides escribió: *nullum visorium simul videtur totum* (nuestra visión no ve simultáneamente la totalidad). Nuestra visión es ciertamente sucesiva y no simultánea. Cuando vemos líneas, nuestros ojos se mueven, viajando a lo largo de ellas en tiempo real. Esto explica el ritmo, en términos arquitectónicos, el cual sería imposible si la percepción no fuera sucesiva. Las relaciones y proporciones que percibimos son duraciones y no cantidades espaciales. Son, por lo tanto, las proporciones y las relaciones entre la líneas y los elementos lo que los hace ya sea expresivos y dinámicos, o bien, estáticos e inexpressivos.

La geometría y las matemáticas son rigurosamente precisas, **mientras que las relaciones estéticas, cuando se relacionan con la percepción visual, sólo necesitan de ser aproximadas**. Lo que importa en la estética es únicamente la impresión. Cuando los **arquitectos** han volcado su creatividad esculpiendo una estructura, no deben sorprenderse de que su arte no sea fácilmente apreciado por los pragmáticos. St. Bernard de Clairvaux decretó que en las abadías cistercienses “no debe haber decoración, únicamente *proporción*”. Aplicando la teoría de la *proporción áurea*, y a través de este desarrollo, las abadías de St. Bernard alcanzaron simplicidad y belleza visual; quizá los volúmenes áureos también transformaron el canto y los coros monásticos en ¡¡música celestial!!

El empleo de las proporciones áureas no es exclusivo de la cultura occidental, porque hay evidencia de su uso tanto en el arte como en la arquitectura de Oriente. En Japón, por ejemplo, la Pagoda del templo Yakushiji, famosa por su gracia ascendente y su ingeniosa resistencia estructural, emplea la proporción áurea en todas partes para definir la altura y las dimensiones de sus seis techos.

La *proporción áurea* es un fenómeno estético debido a que, por alguna razón, esta relación de desigualdad balanceada entre dos magnitudes (a y b) nos agrada más que cualquiera otra relación de desigualdad o asimetría.

La proporción áurea ha sido sentida y admirada por todos aquellos(as), que la han conocido. Me pregunto si por su belleza es intrínseca o por corresponder a una característica inherente al ser humano. Esta pregunta me lleva a otra similar, ¿La matemática es bella por sí misma, o es el hombre quién le atribuye esa belleza? Las respuestas que he encontrado se inclinan por una simbiosis que aplico a la proporción áurea: “la proporción áurea es bella por sí misma, y lo es también porque la conformación mental y corporal del hombre se la atribuye.”

Queda pendiente la comprobación exhaustiva de que los ejemplos presentados, efectivamente están concebidos y realizados según esta proporción áurea. Los datos aportados corresponden a la información recabada en la bibliografía consultada, sin embargo, que se caracteriza por ser precisa y confiable; el lector podrá hacer sus confirmaciones y estudios a partir de otras fuentes o, mejor aún, acercarse a las obras arquitectónicas mencionadas directamente.

Dado lo reducido de este trabajo, no se incluyeron otras fuentes en las que se encuentra presente la proporción áurea, como la naturaleza, plantas y animales, el hombre mismo (véase *El Modulor*, de Le Corbusier), u otras artes (como la pintura, la escultura, la literatura, la música, etc.); tampoco se incluyó la gran aplicación que en el diseño general se tiene, ni la presencia natural e impensada que tiene en muchas artesanías, como textiles, cestería, etc.

El campo de presencia y aplicación de la proporción áurea es ilimitado, y sólo está en espera de que haya personas interesadas en su estudio, desarrollo y aplicación. La expectativa por realizar el presente trabajo, es contribuir a tal propósito.

Dedico este opúsculo a la memoria del buen amigo, el Arq. José Luis Serrano Ocaña, docente y funcionario de esta Facultad, quien falleciera de forma inesperada.

FUENTES DE CONSULTA

1. Coxeter, H. S. M. *Fundamentos de Geometría*. Limusa Wiley. México, 1971.
2. Pedoe, Dan. *La Geometría en el Arte*. Gustavo Gili. Barcelona, 1979.
3. Ching, Fernando. *Espacio, Forma y Orden*. Gustavo Gili.
4. Ghyka, Matila G. *El Número de Oro*, Los ritmos. Poseidón. Barcelona, 1978
5. Doczi, Gyorgy. *El poder de los Límites*. Shambam Publications. Troquel, Argentina, 1996.
6. Tostó, Pablo. *La Composición Áurea en las Artes Plásticas*. Yee, R. y Stanley, R.P. "La proporción Áurea en el diseño de puentes" en *Revista Construcción y Tecnología*. IMCYC. México.
7. Williams, Blakwell. *Geometría en la Arquitectura*. Trillas.